

# Podstawy obliczeń kwantowych (materiały do ćwiczeń)

Jarosław Miszczak

<https://www.iitis.pl/~miszczak/natcomp/>

02/11/2016 (v. 0.02)

**Zadanie 1:** Ile jest operacji odwracalnych dla jednego bitu? Ile jest operacji nieodwracalnych? Ile jest operacji odwracalnych i nieodwracalnych dla qubitów?

**Zadanie 2:** Zapisz operacje na tritach za pomocą macierzy. Ile jest operacji odwracalnych dla układu tritowego (czyli trójstanowego)?

**Zadanie 3:** Jak wyglądają operacje odwracalne na układzie  $d$ -stanowym. Ile jest takich operacji?

**Zadanie 4:** Klasyczna bramka negacji może być zapisana jako macierz  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . W informatyce kwantowej zapisywana jest ona jako  $\sigma_x$ . Jak wygląda  $\sqrt{\sigma_x}$ ?

**Zadanie 5:** Bramka Hadamarda jest określona jako  $H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ . Wykonaj działania:

- a)  $H \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$ ,
- b)  $H \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}$ ,
- c)  $(H \otimes H)|10\rangle$ ,
- d)  $(H \otimes \mathbb{I})|01\rangle$ ,
- e)  $(\mathbb{I} \otimes H)(\sigma_x \otimes \mathbb{I})|01\rangle$

**Zadanie 6:** Bramka Toffoliego to bramka na trzech bitach, która neguje trzeci bit jeżeli dwa pierwsze bity wejścia są równe 1. Zapisz tę bramkę najpierw w postaci tabeli logicznej, a potem jako macierz.

**Zadanie 7:** Zapisz w postaci tabeli logicznej oraz jako macierz bramkę Fredkina czyli trójbitową bramkę kontrolowanej zamiany bitów.

**Zadanie 8:** Wykonaj działania:

- a)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$ ,    b)  $\begin{pmatrix} -4 & 5 \\ -6 & 7 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ ,    c)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ,
- d)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,    e)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ .

**Zadanie 9:** Zapisz w notacji Diraca wektory:

- a)  $\begin{pmatrix} -1 \\ i \end{pmatrix}$ ,    b)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,    c)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,    d)  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

**Zadanie 10:** Sprawdź czy następujące macierze są unitarne:

a)  $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ,  
 b)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

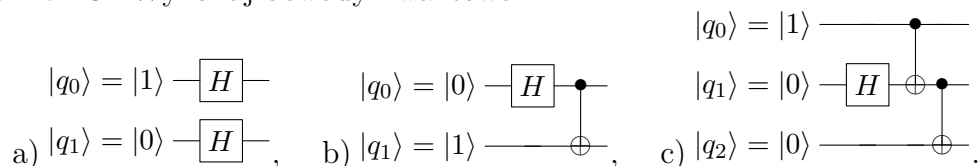
**Zadanie 11:** Zapisz za pomocą macierzy następujące operacje:


a)  $|0\rangle\langle 0| \otimes \sigma_x + |1\rangle\langle 1| \otimes \mathbb{I}$  przy założeniu że pierwszy rejestr jest dwustanowy,  
 b)  $|0\rangle\langle 0| \otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + (\mathbb{I} - |0\rangle\langle 0|) \otimes \mathbb{I}$  przy założeniu że pierwszy rejestr jest trójstanowy.


**Zadanie 12:** Zapisz za pomocą notacji Diraca macierze:


a)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,  
 b)  $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ .


**Zadanie 13:** Wykonaj obwody kwantowe:




**Zadanie 14:**  Czy komputer kwantowy może obliczać funkcje nieobliczalne dla uniwersalnej maszyny Turinga?

**Zadanie 15:**  Czy komputer kwantowy może wykonywać efektywnie algorytmy które nie mogą być wykonane efektywnie na maszynie Turinga?

**Zadanie 16:**  Napisz program pozwalający na zapis i wykonanie bramek kwantowych (czyli macierzy unitarnych) na układach  $d$ -wymiarowych. Uwzględnij możliwość operowania na układach złożonych.

**Zadanie 17:**  Zapoznaj się z możliwościami języka programowania QCL (<http://tph.tuwien.ac.at/~oemer/qcl.html>).

**Zadanie 18:**  Zapoznaj się z możliwościami środowiska programowania kwantowego QuIDE (<http://www.quide.eu/>).