

Geometria fraktalna (materiały do ćwiczeń)

Jarosław Miszczak

<https://www.iitis.pl/~miszczak/natcomp/>

26/10/2016 (v. 0.02)

Zadanie 1: Ile wynosi długość odcinków usuniętych w n -tym kroku konstrukcji zbioru Cantora na $[0, 1]$?

Zadanie 2: Oblicz wymiar zbioru Cantora.

Zadanie 3: W pierwszym kroku dzielimy odcinek na pięć części. Oblicz wymiar obiektu powstałego przez usunięcie co drugiego odcinka z odcinka $[0, 1]$. Ile wynosi długość usuniętych odcinków?

Zadanie 4: Narysuj krzywą Kocha w czterech pierwszych krokach iteracji. Jak zmienia się jej długość?

Zadanie 5: Oblicz wymiar krzywej Kocha.

Zadanie 6: Oblicz wymiar pudełkowy


a) trójkąta Sierpińskiego; b) dywanu Sierpińskiego; c) piramidy Sierpińskiego.


Zadanie 7: Zbiór Smitha-Volterra-Cantora jest konstruowany poprzez usuwanie w n -tym kroku odcinka o długości $\frac{1}{2^{2n}}$. Po pierwszym kroku z $[0, 1]$ zostaje $[0, \frac{3}{8}] \cup [\frac{5}{8}, 1]$. Co dostaniemy w kolejnych krokach? Jaki jest wymiar tego zbioru?


Zadanie 8: Dla gąbki Mengersa w n -tej iteracji długość boku sześcianu wynosi $\frac{1}{3^n}$. Oblicz: a) liczbę sześcianów; b) powierzchnię ścianek; c) objętość gąbki.

Zadanie 9: Pokaż, że podzbiór odcinka złożony z punktów o współrzędnych wymiernych ma wymiar $\dim_B = 1$.

Zadanie 10: Załóżmy, że w każdym kroku konstrukcji zbioru Cantora pierwszy z pozostawianych odcinków ma długość pomniejszoną o $\frac{1}{d^n}$, a drugi powiększoną o tę wartość. Jaki jest wymiar fraktalny takiego obiektu?

Zadanie 11:  Napisz program do rysowania zbioru Mandelbrota w trybie tekstowym.

Zadanie 12:  Napisz program do rysowania dywanu Sierpińskiego.

Zadanie 13:  Napisz program do rysowania diabelskich schodów.