Obliczenia inspirowane Naturą

Wykład 04 – Systemy Lindenmayera

Jarosław Miszczak

IITiS PAN Gliwice

19/10/2016

L-Systemy
Motywacja biologiczna

L-systemy czyli systemy Lindenmayera.

- 1968, Aristid Lindenmayer – wykorzystanie do opisu rozwoju alg i innych prostych organizmów wielokomórkowych.
- L-systemy to przykład systemu przepisywania ciągów (ang. *string rewriting system*).
- Transformują one zadany ciąg wejściowy za pomocą gramatyki czyli zespołu reguł.
- Reguły są wywoływane rekurencyjnie co prowadzi do pojawienia się struktur samopodobnych.

L-Systemy

Co to jest przepisywanie?

Przepisywanie

Metoda tworzenie nowych obiektów poprzez zastępowanie ich części.

Abstrakcyjny systemy przepisywania

Zbiór A wraz z binarną relacją, $\rightarrow \subset A \times A$, nazywaną redukcją (ang. *reduction relation* lub *rewrite relation*).

L-Systemy
Co to jest przepisywanie?

L-systemy to przykład deklaratywnego sposobu programowania.

Programowanie deklaratywne

System przepisywania nie określa algorytmu, a jedynie reguły przekształcania obiektów – podobnie jak deklaratywne języki programowania.

L-systemy

Systemy przepisywanie ciągów

Systemy przepisywanie ciągów

Bazuje na strukturze wolnego monoidu, czyli możliwości operowania na skończonych ciągach elementów zbioru.

Monoid

Zbiór A z elementem jednostkowym i z operacją binarną, która jest łączna, $((x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z))$. Inaczej: półgrupa z jednością.

Wolny monoid

Zbiór wszystkich skończonych ciągów elementów z monoidu A o długości zero lub więcej.

L-systemy

Systemy przepisywanie ciągów

System przepisywania ciągów to para $(A, \rightarrow)$, gdzie

- A jest alfabetem
- $\rightarrow$ to relacja binarna na $A^{\star}$, $\rightarrow \subset A^{\star} \times A^{\star}$

W interesującym nas przypadku identyczność do napis pusty oznaczany jako ϵ.

L-systemy
Gwiazdka Kleene'a

Dla zadanego zbioru A definiujemy ciąg zbiorów

- $A_0 = \{\epsilon\}$
- $A_1 = A$
- $A_n = \{\alpha a : \alpha \in A_{n-1}, a \in A\}$

Gwiazdka Kleene'a

$$A^\star = \bigcup_{n \in \mathbf{N}} A_n$$

Plus Kleene'a

$$A^+ = \bigcup_{n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}} A_n$$

L-systemy
Definicja

L-system

L-system jest zdefiniowany jako trójka (A, α, P), gdzie

- A jest alfabetem
- $\alpha \in A^\star$ to **aksjomat** czyli symbol startowy
- P – relacja binarna, tzw. wyprowadzenie, $P : A \rightarrow A^\star$

L-systemy
Zasada działania

L-systemy polegają na **równoległym** wykonaniu reguł zgodnie z poniższymi zasadami:

- reguły są stosowane iteracyjnie;
- w każdej iteracji są zastosowane wszystkie możliwe reguły;
- stałe to symbole z alfabetu, które nie pojawiają się po lewej stronie żadnej reguły.

L-systemy
Własności

Systemy D0L

L-system nazywany jest **bezkontekstowym** gdy każda reguła produkcji stosuje się tylko do pojedynczego symbolu.

Jeśli reguła produkcji zależy nie tylko od pojedynczego symbolu, ale także od symboli sąsiednich, to taki L-system nazywany jest **kontekstowym**.

Systemy stochastyczne

Jeśli dla danego symbolu reguły produkcji są przypisane z pewnym prawdopodobieństwem, to taki L-system nazywa się stochastycznym.

L-Systemy

Oryginalny przykład Lindenmayera

Oryginalnie Lindenmayer wykorzystał L-system do opisu wzrostu alg. Proces ten modelował za pomocą następującego systemu:

- **zmienne**: a, b
- **aksjomat**: a
- **reguły** (**produkcje**): (a $\rightarrow$ ab), (b $\rightarrow$ a)

L-Systemy

Oryginalny przykład Lindenmayera

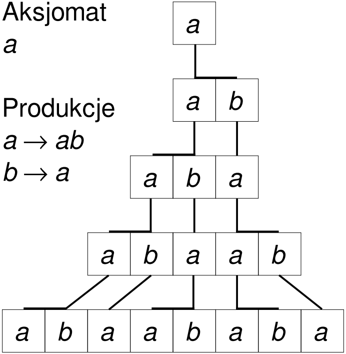
Aksjomat

a

Produkcje

$a \rightarrow ab$

$b \rightarrow a$



L-Systemy

Oryginalny przykład Lindenmayera

- n $= 0$: *a*
- n $= 1$: *ab*
- n $= 2$: *aba*
- n $= 3$: *abaab*
- n $= 4$: *abaababa*
- n $= 5$: *abaababaabaab*
- n $= 6$: *abaababaabaababaababa*
- n $= 7$: abaababaabaababaababaabaababaabaab

L-Systemy

Oryginalny przykład Lindenmayera

Otrzymujemy w ten sposób **słowa Fibonacciego** z pominięciem pierwszego elementu.

$$F_n := \begin{cases} b & \text{dla } n = 1; \\ a & \text{dla } n = 2; \\ F_{n-1} \cdot F_{n-2} & \text{dla } n > 2. \end{cases}$$

Gdzie '$\cdot$' oznacza **konkatenację** czyli łączenie ze sobą wyrażeń (operator '$<>$' w *Mathematica*, '$+$' w Java/C++/Python, '.' w Perl/PHP)

L-Systemy
Interpretacja graficzna

Ciąg (napis) wygenerowany przez L-system może być łatwo zinterpretowany jako ciąg komend.

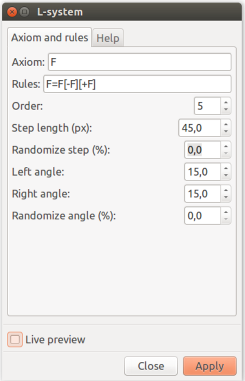
- F – rysuj do przodu (o zadaną długość)
- f – przesuń się do przodu (o zadaną długość)
- +/- – wykonaj obrót w prawo/lewo o zadany kąt.

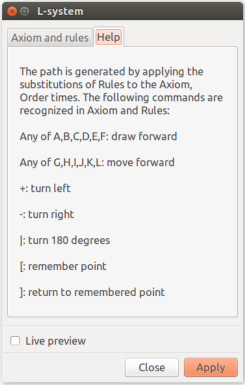
W ten sposób ciąg wygenerowany przez L-system jest interpretowany jako program do rysowania. Naśladuje to metodę programowania znaną z języka Logo.

Interpretacja graficzna L-systemów

Generowanie roślin

Program Inkscape udostępnia prosty interfejs do generowania grafiki wektorowej za pomocą L-systemów (Extensions → Render → L-System).





Interpretacja graficzna L-systemów

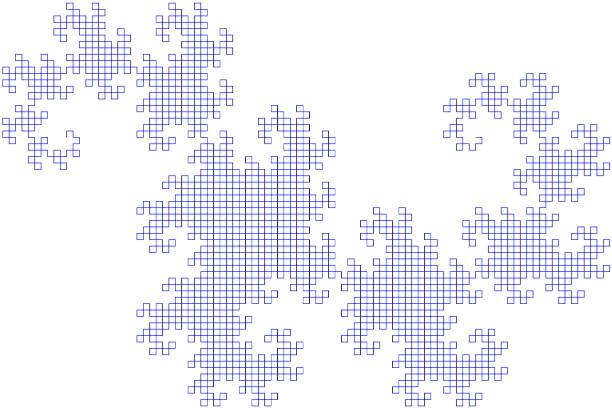
Smok Heighwaya

Smok Heighwaya (ang. *dragon curve*) jest określona poprzez następujący L-system:

- **zmienne**: X, Y
- **stałe**: F, $+$, -
- **start**: FX
- **reguły**: $\mathrm{X} \rightarrow \mathrm{X{+}YF{+}}$, $\mathrm{Y} \rightarrow \mathrm{{-}FX{-}Y}$
- **kąt**: 90°

Tutaj, F oznacza "rysuj odcinek", '-' oznacza "obrót w lewo", a '$+$' oznacza "obrót w prawo". W tym wypadku symbole X i Y są wykorzystywane do kontrolowania ewolucji systemu i nie są interpretowane jako polecenia rysowania.

Interpretacja graficzna L-systemów
Smok Heighwaya



Dwunasta iteracja Smok Heighwaya w programie Inkscape

Interpretacja graficzna L-systemów

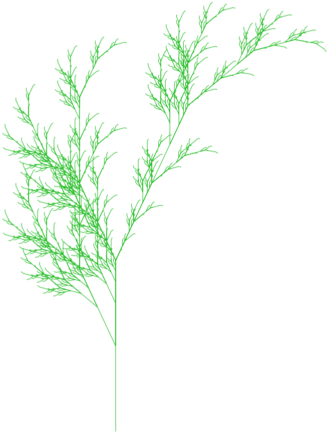
Generowanie roślin

- **zmienne**: X, F
- **stałe**: $+$, -, $[$, $]$
- **aksjomat**: X
- **reguły**: $\mathrm{X} \rightarrow \mathrm{F}$-$[[\mathrm{X}]+\mathrm{X}]+\mathrm{F}[+\mathrm{FX}]$-$\mathrm{X}$, $\mathrm{F} \rightarrow \mathrm{FF}$

Tutaj F oznacza "rysuj do przodu", a X nie ma interpretacji graficznej.
Symbole - "obrót w lewo" i $+$ "obrót w prawo" o kąt 25°. Symbole $[$ oznacza "wrzuć na stos", a $]$ pozycję i kąt.

Interpretacja graficzna L-systemów

Generowanie roślin



Interpretacja graficzna L-systemów

Generowanie roślin

Interpretacja graficzna może dopuszczać elementy losowe. W najprostszym przypadku możemy uwzględnić:

- losowość kąta
- losowość długości przesunięcia

Ograniczeniem są tu tylko możliwości języka w którym interpretujemy L-system.

Interpretacja graficzna L-systemów

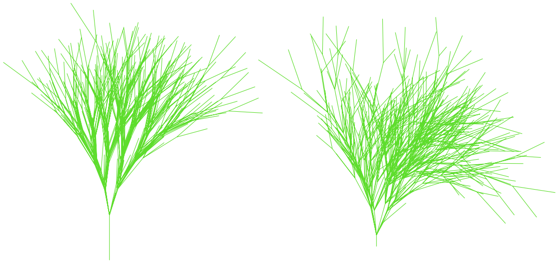
Generowanie roślin

Dodanie losowości do kątów i długości kroku powoduje powstanie bardziej naturalnych roślin.

Interpretacja graficzna L-systemów

Generowanie roślin

Dodanie losowości do kątów i długości kroku powoduje powstanie bardziej naturalnych roślin.



Nie jest to L-system probailistyczny – losowość występuje tylko w interpretacji graficznej.

L-systemy

Klasyfikacja L-systemów

- D0L-system – deterministyczny, bezkontekstowy (0 oznacza długość kontekstu);
- D1L-system – deterministyczny, kontekstowy;
- 0L-system – stochastyczny, bezkontekstowy;
- 1L-system – stochastyczny, kontekstowy,
- (1,1)L-system (albo 2L) – stochastyczne, wrażliwy na kontekst lewo- i prawostronny;

L-Systemy
Reguły probabilistyczne

W L-systemach deterministycznych każdemu symbolowi odpowiadała dokładnie jedna reguła (produkcja). W systemie probabilistycznym:

- regułom przypisane są prawdopodobieństwa wykorzystanie ich w trakcie wykonania;
- przykładowo
  - reguła deterministyczna: $0 \rightarrow 1[0]0$
  - reguła probabilistyczna: ((0.5, $0 \rightarrow 1[0]0$), (0.5, $0 \rightarrow 0$)) – dwie reguły, każda ma przypisane prawdopodobieństwo zastosowania

L-Systemy
Reguły kontekstowe

W systemach D0L reguły są jednoznaczne określone dla symbolu.

Systemy D1L

W systemach D1L reguły są zależne od symboli z którymi sąsiaduje przekształcany symbol

- $\mathrm{b\ a\ c} \rightarrow \mathrm{aa}$ – zamień a na aa tylko jeżeli jest w otoczeniu b i c
- jeden symbol może mieć przypisanych wiele reguł zależnych od jego sąsiedztwa.

L-Systemy

Reguły parametryczne

Systemy parametryczne pozwalają na przekazywanie informacji wykorzystywanej do interpretacji graficznej lub w regułach.

- załóżmy, że symbol ma dwa parametry, $\mathrm{a(x,y)}$ – jest ona wówczas nazywana modułem;
- reguła może wykorzystywać informacje o parametrach, np. $\mathrm{a(x,y) : x == 0 \rightarrow a(1, y{+}1)b(2,3)}$ zostanie wykonana tylko jeżeli pierwszy parametr jest równy zero.

L-Systemy
Reguły parametryczne

- Systemy parametryczne pozwalają na określenie długości segmentu i kąta za pomocą gramatyki, a nie interpretacji graficznej.
- Jeżeli moduł przechowuje informacje o wieku, gramatyk może uwzględniać starzenie się segmentów.

Modelowanie struktur biologicznych
GroIMP i XL

- Gramatyki wzrostu – system opisu rozwoju struktur wywodzący się z L-systemów.
- Bazują na strukturach biologicznych ale mają zastosowanie w różnych dziedzinach.
- XL (eXtended L-systems) – język opisu relacyjnych gramatyk wzrostu (RGG – Relational Growth Grammars).
  - RGG bazują na grafie połączeń;
  - każdy z nodów może wykonywać niezależne obliczenia;
  - możliwe jest zdefiniowanie **globalnych** interakcji;
- GROIMP – system symulacji RGG.

Modelowanie struktur biologicznych
GroIMP i XL

Przykład – śnieżka Kocha

Axiom ==> F(1) RU(120) F(1) RU(120) F(1);

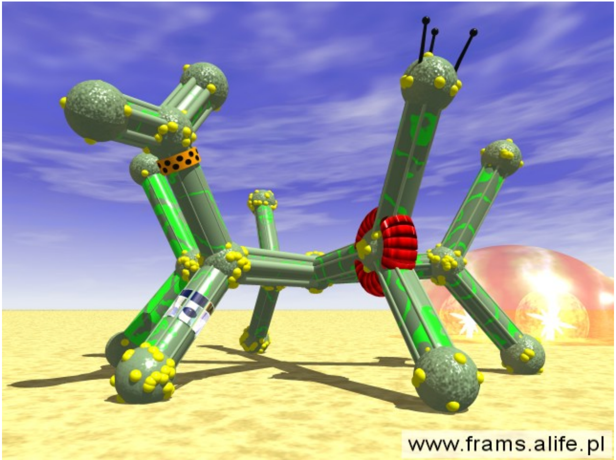
F(x) ==> F(x/3) RU(-60) F(x/3) RU(120) F(x/3) RU(-60) F(x/3);

Modelowanie struktur biologicznych
GroIMP i XL

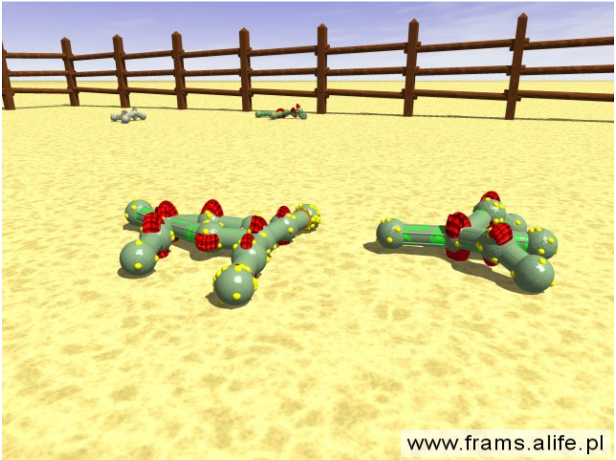
Modelowanie struktur biologicznych
ALife

- Przykładem implementacji ALife jest symulator framsticks – http://www.framsticks.com/
- Autorzy: Maciej Komosinski, Szymon Ulatowski
- Umożliwa on symulacje *ewolucji* populacji *oddziaływujących* osobników.

Modelowanie struktur biologicznych
ALife



Modelowanie struktur biologicznych
ALife



Modelowanie struktur biologicznych
ALife

Przykłady ewolucji na animacji ...

Modelowanie struktur biologicznych
ALife

- Jak życie rozija się z materii nieożywionej?
- Jakie są ograniczenia rozwoju organizmów żywych?
- Skąd pochodzi inteligencja?