

Czego dowiedzieliśmy się na poprzednim wykładzie?
Automaty komórkowe
Automaty jednowymiarowe
Automaty dwuwymiarowe

Obliczenia inspirowane Naturą

Wykład 02 – Automaty komórkowe

Jarosław Miszczak

IITiS PAN Gliwice

06/10/2016

Czego dowiedzieliśmy się na poprzednim wykładzie?

Automaty komórkowe

Automaty jednowymiarowe

Automaty dwuwymiarowe

Czego dowiedzieliśmy się na poprzednim wykładzie?

1 ...

2 ...

3 ...

- 1 Automaty komórkowe
 - Krótka historia
 - Znaczenie
 - Definicje
 - Sąsiedztwo
 - Warunki brzegowe
 - Złożoność automatów
 - Klasyfikacja Wolframa
 - Parametry
- 2 Automaty jednowymiarowe
- 3 Automaty dwuwymiarowe

Czego dowiedzieliśmy się na poprzednim wykładzie?

Automaty komórkowe

Automaty jednowymiarowe

Automaty dwuwymiarowe

Krótką historią

Znaczenie

Definicje

Sąsiedztwo

Warunki brzegowe

Złożoność automatów

Klasyfikacja Wolframa

Parametry

Automaty komórkowe

Krótką historią

- Automaty komórkowe to jeden z pierwszych i najpopularniejszych modeli obliczeniowych inspirowanych zjawiskami obserwowanymi w przyrodzie.
- Jest to model układów dynamicznych w którym czas i przestrzeń są dyskretne.
- Model automatów komórkowych został wymyślony przez Johna von Neumana i Stanisława Ulama w latach czterdziestych XX wieku. Jednak stał się on popularny dopiero w latach '70 dzięki grze *Life* wymyślonej przez Johna Conwaya.

Czego dowiedzieliśmy się na poprzednim wykładzie?

Automaty komórkowe

Automaty jednowymiarowe

Automaty dwuwymiarowe

Krótką historią

Znaczenie

Definicje

Sąsiedztwo

Warunki brzegowe

Złożoność automatów

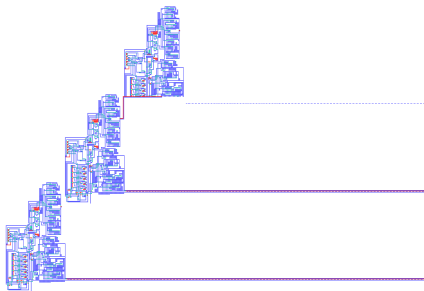
Klasyfikacja Wolframa

Parametry

Automaty komórkowe

Uniwersalny konstruktor

John von Neumana opracował w latach '40 automat nazywany **uniwersalnym konstruktorem**.



(https://en.wikipedia.org/wiki/Von_Neumann_universal_constructor)

Czego dowiedzieliśmy się na poprzednim wykładzie?

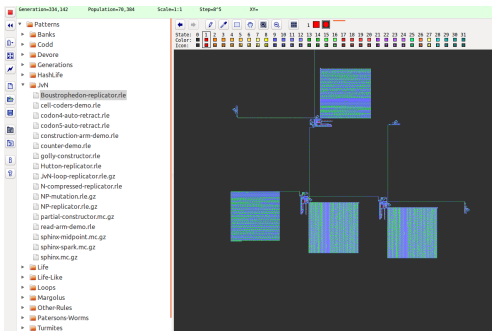
Automaty komórkowe
Automaty jednowymiarowe
Automaty dwuwymiarowe

Krótką historia
Znaczenie
Definicje
Sąsiedztwo
Warunki brzegowe
Złożoność automatów
Klasyfikacja Wolframa
Parametry

Automaty komórkowe

Uniwersalny konstruktor

Replikator z dwuwymiarową taśmą.



Czego dowiedzieliśmy się na poprzednim wykładzie?

Automaty komórkowe

Automaty jednowymiarowe

Automaty dwuwymiarowe

Krótką historią

Znaczenie

Definicje

Sąsiedztwo

Warunki brzegowe

Złożoność automatów

Klasyfikacja Wolframa

Parametry

Automaty komórkowe

Znaczenie

Dlaczego automaty komórkowe są ciekawe?

- Jest to prosty model pozwalający na odtworzenie wielu struktur (fraktale, proce urodzin i śmierci).
- Mają zdolność do samopowieliania i mogą służyć za model ewolucji.
- Jest to model obliczeń równoważny uniwersalnej maszynie Turinga – wiele problemów ma swoje odpowiedniki (np. problem stopu i problem rajszych ogrodów).

Automaty komórkowe

Definicja

Automatem komórkowym nazywamy trójkę złożoną z:

- *sieci komórek w przestrzeni o wymiarze D ,*
- *zbioru stanów $\{s_i : i = 1, 2, \dots, k\}$ pojedynczej komórki,*
- *funkcji F określającej stan komórki w chwili $t + 1$ na podstawie stanów komórek z jej otoczenia,*

$$s_i(t + 1) = F(\{s_j(t) : j \in O(s_i)\}),$$

gdzie $O(s_i)$ to otoczenie komórki s_i .

Automaty komórkowe

- Taka definicja pozwala na bardzo ogólne określenie zarówno układu połączeń pomiędzy komórkami sieci, jak i ewolucji całego układu.
- W praktyce najczęściej spotyka się automaty komórkowe realizowane na linii lub kracie.
- Funkcja F zależy najczęściej jedynie od ilości komórek otoczenia w danym stanie a nie od ich wzajemnego rozmieszczenia.

Automaty głosujące

Automaty dwustanowe których reguły przejścia zależą od ilości jedynek w otoczeniu nazywa się automatami głosującymi.

Czego dowiedzieliśmy się na poprzednim wykładzie?

Automaty komórkowe

Automaty jednowymiarowe

Automaty dwuwymiarowe

Krótką historią

Znaczenie

Definicje

Sąsiedztwo

Warunki brzegowe

Złożoność automatów

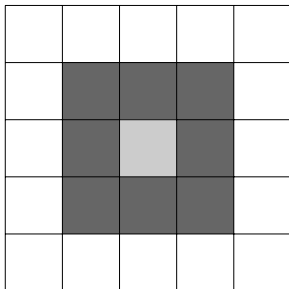
Klasyfikacja Wolframa

Parametry

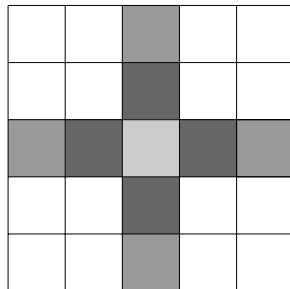
Automaty komórkowe

Sąsiedztwo

Typowo przy rozważaniach dotyczących automatów komórkowych rozważa się dwa rodzaje otoczenia lub sąsiedztwa.



(a) Sąsiedztwo Moore'a



(b) Sąsiedztwo von Neumanna

Badanie automatów komórkowych w dużym stopniu sprowadza się do ich symulacji. W związku z tym konieczne jest określenie jak będzie zachowywał się układ na brzegach siatki którą wykorzystamy do symulacji. Możemy narzucić warunki brzegowe

- **periodyczne** – takie warunki prowadzą do automatów na sferze czy torusie;
- **pochłaniające** – w takim wypadku wyjście poza brzegi siatki powoduje zniknięcie cząstki;
- **odbijające** – w takim wypadku dojście na brzegi siatki powoduje odbicie cząstki.

Czego dowiedzieliśmy się na poprzednim wykładzie?

Automaty komórkowe

Automaty jednowymiarowe

Automaty dwuwymiarowe

Krótką historią

Znaczenie

Definicje

Sąsiedztwo

Warunki brzegowe

Złożoność automatów

Klasyfikacja Wolframa

Parametry

Automaty komórkowe

Zmienność stanu

Do określenia zmian stanu automatu stosuje się **odległość Hamminga**,

$$d_H(\sigma_1, \sigma_2) = \sum_i |s_i(\sigma_1) - s_i(\sigma_2)|,$$

gdzie $s_i(\sigma_k)$ oznacza stan komórki numer i w konfiguracji k .
Obserwacja d_H w dla *długich* czasów i *dużych* rozmiarów to podstawowe narzędzie klasyfikacji automatów.

Czego dowiedzieliśmy się na poprzednim wykładzie?

Automaty komórkowe

Automaty jednowymiarowe

Automaty dwuwymiarowe

Krótką historią

Znaczenie

Definicje

Sąsiedztwo

Warunki brzegowe

Złożoność automatów

Klasyfikacja Wolframa

Parametry

Automaty komórkowe

Klasyfikacja na podstawie reguł

Dla automatów 1D możemy określić *aktywność* jako względną ilość jedynek w tabeli.

Taka wielkość daje informacje o *średnim* zachowaniu automatu. Zaniedbuje jednak korelacje pomiędzy komórkami.

Automaty komórkowe

Złożoność automatów

Parametr λ zdefiniowany jako

$$\lambda = \frac{K^N - n}{K^N}$$

gdzie K to ilość stanów automatu, $N = (2r + 1)$ to rozmiar otoczenia, a n to ilość przejść do wybranego stanu stacjonarnego, pozwala na oszacowanie złożoności automatu.

- $\lambda = 0 \mapsto$ brak zmian;
- $\lambda = 1 \mapsto$ brak przejścia do stanu stacjonarnego;
- $\lambda = \frac{K-1}{K} \mapsto$ wszystkie stany jednakowo dostępne;

Czego dowiedzieliśmy się na poprzednim wykładzie?

Automaty komórkowe

Automaty jednowymiarowe

Automaty dwuwymiarowe

Krótką historią

Znaczenie

Definicje

Sąsiedztwo

Warunki brzegowe

Złożoność automatów

Klasyfikacja Wolframa

Parametry

Automaty komórkowe

Klasyfikacja Wolframa

- Stephen Wolfram, twórca systemu algebry komputerowej *Mathematica*, poświęcił wiele prac badawczy modelowi automatów komputerowych.
(<http://atlas.wolfram.com/01/01/>)
- W systemie *Mathematica* dostępna jest rozbudowana funkcja `CellularAutomaton`, która umożliwia zabawę z automatami komórkowymi.

Czego dowiedzieliśmy się na poprzednim wykładzie?

Automaty komórkowe

Automaty jednowymiarowe

Automaty dwuwymiarowe

Krótką historią

Znaczenie

Definicje

Sąsiedztwo

Warunki brzegowe

Złożoność automatów

Klasyfikacja Wolframa

Parametry

Automaty komórkowe

Klasyfikacja Wolframa

Jedną z najbardziej znanych klasyfikacji automatów komórkowych wprowadził Stephen Wolfram. Klasyfikacja ta opiera się na

- obserwacji stanów sieci rządzonej poszczególnymi regułami;
- przypadkowym doborze stanów początkowych.

Czego dowiedzieliśmy się na poprzednim wykładzie?

Automaty komórkowe

Automaty jednowymiarowe

Automaty dwuwymiarowe

Krótką historią

Znaczenie

Definicje

Sąsiedztwo

Warunki brzegowe

Złożoność automatów

Klasyfikacja Wolframa

Parametry

Automaty komórkowe

Klasyfikacja Wolframa

W klasyfikacji Wolframa wyróżnione są cztery rodzaje automatów komórkowych:

- I. Automaty jednorodne.
- II. Automaty periodyczne (regularne).
- III. Automaty chaotyczne.
- IV. Automaty złożone.

Czego dowiedzieliśmy się na poprzednim wykładzie?

Automaty komórkowe

Automaty jednowymiarowe

Automaty dwuwymiarowe

Krótką historią

Znaczenie

Definicje

Sąsiedztwo

Warunki brzegowe

Złożoność automatów

Klasyfikacja Wolframa

Parametry

Automaty komórkowe

Klasyfikacja Wolframa – Automaty jednorodne

Automaty jednorodne przechodzą w skończonym czasie do stanu, w którym wszystkie komórki przyjmują jednakowe wartości.

Czego dowiedzieliśmy się na poprzednim wykładzie?

Automaty komórkowe

Automaty jednowymiarowe

Automaty dwuwymiarowe

Krótką historią

Znaczenie

Definicje

Sąsiedztwo

Warunki brzegowe

Złożoność automatów

Klasyfikacja Wolframa

Parametry

Automaty komórkowe

Klasyfikacja Wolframa – Automaty periodyczne (regularne)

- Automaty periodyczne (regularne) przechodzą w skończonym czasie do stanu, będącego kombinacją konfiguracji stabilnych i struktur powtarzalnych.
- Struktury stabilne nazywamy *atraktorami*, natomiast struktury powtarzalne (periodyczne) to *oscylatory*.

Czego dowiedzieliśmy się na poprzednim wykładzie?

Automaty komórkowe

Automaty jednowymiarowe

Automaty dwuwymiarowe

Krótką historią

Znaczenie

Definicje

Sąsiedztwo

Warunki brzegowe

Złożoność automatów

Klasyfikacja Wolframa

Parametry

Automaty komórkowe

Klasyfikacja Wolframa – Automaty chaotyczne

- Automaty chaotyczne pozwalają na generowanie struktur losowych – *np.* fraktali – o ustalonych własnościach statystycznych.
- Własności chaotyczne są obserwowane dla skończonych czasów.

Czego dowiedzieliśmy się na poprzednim wykładzie?

Automaty komórkowe

Automaty jednowymiarowe

Automaty dwuwymiarowe

Krótką historią

Znaczenie

Definicje

Sąsiedztwo

Warunki brzegowe

Złożoność automatów

Klasyfikacja Wolframa

Parametry

Automaty komórkowe

Klasyfikacja Wolframa – Automaty złożone

Automaty złożone ewoluują do złożonych konfiguracji lokalnych.

Czego dowiedzieliśmy się na poprzednim wykładzie?

Automaty komórkowe

Automaty jednowymiarowe

Automaty dwuwymiarowe

Krótką historią

Znaczenie

Definicje

Sąsiedztwo

Warunki brzegowe

Złożoność automatów

Klasyfikacja Wolframa

Parametry

Automaty komórkowe

Klasyfikacja Wolframa

- Automaty zaliczane do klas I i II prowadzą do stałych konfiguracji.
- Automaty klasy III są niestabilne \mapsto małe zmiany konfiguracji początkowej mogą prowadzić do dużych zmian ewolucji czasowej;
- Automaty klasy IV mogą być potencjalnie wykorzystane do obliczeń – istnieją konfiguracje sieci blokujące rozchodzenie się uszkodzeń.

Czego dowiedzieliśmy się na poprzednim wykładzie?

Automaty komórkowe

Automaty jednowymiarowe

Automaty dwuwymiarowe

Krótką historią

Znaczenie

Definicje

Sąsiedztwo

Warunki brzegowe

Złożoność automatów

Klasyfikacja Wolframa

Parametry

Automaty komórkowe

Parametry

Parametry które charakteryzują rodziny automatów to:

- wymiar D ;
- zbiór stanów – w właściwie jego moc k ;
- otoczenie – a właściwie jego promień r .

Często do opisanie rodziny automatów korzysta się z notacji (k, r) , czyli podając jedynie liczbę dozwolonych stanów i promień otoczenia.

Niestety taka notacja nie mówi nic o typie otoczenia i wymiarze przestrzeni.

Czego dowiedzieliśmy się na poprzednim wykładzie?

Automaty komórkowe

Automaty jednowymiarowe

Automaty dwuwymiarowe

Krótką historią

Znaczenie

Definicje

Sąsiedztwo

Warunki brzegowe

Złożoność automatów

Klasyfikacja Wolframa

Parametry

Automaty komórkowe

Ewolucja

Najprostszy model to $(2, 1)$, czyli $D = 1$ i mamy 2 stany komórki. Stan komórki w chwili $t + 1$ jest zależny od:

- stanu komórki w chwili t ;
- stanu sąsiadów w chwili t .

Jeżeli stan komórki w chwili $t + 1$ zależy tylko od ilości jedynek w jej otoczeniu, to automat taki nazywamy **automatem głośującym**.

Automaty jednowymiarowe

Automaty elementarne

Najprostszą rodzinę automatów dają układy dla $D = 1$, czyli automaty jednowymiarowe.

Automaty elementarne

Automaty jednowymiarowe $(2, 1)$ nazywamy **elementarnymi**.

Automaty legalne

Automaty które zachowują stan próżni (czyli 000 mapują na 0) są nazywane **legalnymi**.

Automaty jednowymiarowe

Notacja

Automaty jednowymiarowe $(2, 1)$ opisuje się podając ich numer skonstruowany poprzez podanie wartości funkcji przejścia.

Przykładowo

111	110	101	100	011	010	001	000
0	1	0	1	1	0	1	0

to automat 90 (Rule 90 albo Reguła 90).

Czego dowiedzieliśmy się na poprzednim wykładzie?

Automaty komórkowe

Automaty jednowymiarowe

Automaty dwuwymiarowe

Automaty jednowymiarowe

Przykłady klasyfikacji

- I. Automaty jednorodne – np. Reguła 222.
- II. Automaty periodyczne (regularne) – np. Reguła 190.
- III. Automaty chaotyczne – np. Reguła 30.
- IV. Automaty złożone – np. Reguła 110.

Czego dowiedzieliśmy się na poprzednim wykładzie?

Automaty komórkowe

Automaty jednowymiarowe

Automaty dwuwymiarowe

Automaty jednowymiarowe

Równoważność

Każdy z automatów jest równoważny trzem innym

- zamianę 0 z 1,
- symetrię funkcji względem otoczenia,
- obie powyższe operacje.

Równoważność oznacza, że automaty dają tę samą konfigurację przy odpowiedniej zamianie stanów komórek.

Czego dowiedzieliśmy się na poprzednim wykładzie?

Automaty komórkowe

Automaty jednowymiarowe

Automaty dwuwymiarowe

Automaty jednowymiarowe

Równoważność

Przykład

Reguła 42 jest równoważna z 171 (zamiana 0 z 1), 112 (symetria otoczenia), 241 (obie operacje).

Czego dowiedzieliśmy się na poprzednim wykładzie?

Automaty komórkowe

Automaty jednowymiarowe

Automaty dwuwymiarowe

Automaty dwuwymiarowe

Gra w życie

Life

Gra *Life* pozwala na wykonanie dowolnych obliczeń i jest równoważna modelowi maszyny Turinga. Jest to zatem przykład uniwersalnego modelu obliczeń.

Automaty dwuwymiarowe

Gra w życie

- Bakteria, która ma zero lub jednego sąsiada, umiera z osamotnienia.
- Żywa bakteria, która ma dwóch lub trzech żywych sąsiadów, jest szczęśliwa i żyje nadal.
- W pustym obszarze, który ma trzech sąsiadów, pojawia się, ze względu na optymalne warunki środowiska, żywa bakteria.
- Bakteria, która ma czterech lub więcej sąsiadów, umiera z zatłoczenia.