

# Splątanie a przesyłanie informacji

Jarosław A. Miszczak

21 marca 2003 roku

## Plan referatu

- ◇ Stany splątane
- ◇ Co to jest splątanie?
- ◇ Gęste kodowanie
- ◇ Teleportacja
- ◇ Przeprowadzone eksperymenty
- ◇ Możliwości wykorzystania

# 1. Stany splątane

Splątanie jest rodzajem korelacji występujących w układach kwantowych. Najczęściej wymienianymi przykładami stanów splątanych są stany Bella

$$|\psi_+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle \otimes |1\rangle + |1\rangle \otimes |0\rangle)$$

$$|\psi_-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle \otimes |1\rangle - |1\rangle \otimes |0\rangle)$$

$$|\phi_+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle \otimes |0\rangle + |1\rangle \otimes |1\rangle)$$

$$|\phi_-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle \otimes |0\rangle - |1\rangle \otimes |1\rangle)$$

Obecnie udaje się wytworzyć pary splątane rozdzielone przestrzennie o 10 km.

## 2. Co to jest splątanie?

Różnice między mechaniką klasyczną a kwantową rozpoczynają się od zastosowaniu zasady superpozycji do stanów.

Klasycznie	Kwantowo
stan	stan czysty
–	superpozycja
zespół statystyczny	stan mieszany

Zarówno dla stanów klasycznych jak i kwantowych możemy określić mieszanki statystyczne (zespoły statystyczne) stanów.

W przypadku mechaniki klasycznej nie możliwe jest jednak istnienie superpozycji stanów.

### 3. Gęste kodowanie

Gęste kodowanie (ang. *dense coding*) jest prostym przykładem potencjalnego wykorzystania stanów splątanych do przesyłania informacji. W tym wypadku splątanie pozwala na wydajniejsze kodowanie symboli podczas przesyłania informacji.

Załóżmy, że Ania i Bartek mają do dyspozycji stan splątany  $|\phi_+\rangle$ . Ania może wykonać na swoim podukładzie jedną z operacji unitarnych reprezentowanych przez macierze Pauliego:  $\mathbb{I}$ ,  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  bądź  $\sigma_z$  odpowiadające w realizacji fizycznej np. elementom optycznym.

Powoduje to odpowiednio przejściu w jeden ze stanów:

1.  $|\phi_+\rangle = \mathbb{I} \otimes \mathbb{I}|\phi_+\rangle$ ,
2.  $|\psi_+\rangle = \sigma_x \otimes \mathbb{I}|\phi_+\rangle$ ,
3.  $|\psi_-\rangle = \sigma_y \otimes \mathbb{I}|\phi_+\rangle$ ,
4.  $|\phi_-\rangle = \sigma_z \otimes \mathbb{I}|\phi_+\rangle$ .

Jeżeli teraz Bartek dokona pomiaru stanu całości w bazie  $\{|\phi_{\pm}\rangle, |\psi_{\pm}\rangle\}$  jednoznacznie rozróżni operację jaką wykonała Ania. Cała informacji jest tu zawarta w korelacjach pomiędzy stanami qubitów Ani i Bartka. Zatem przesłanie od Ani do Bartka jednego qubitów umożliwia przesłanie dwóch bitów informacji.

W przypadku klasycznym do przesłania dwóch bitów konieczne jest operowanie na dwóch układach – tutaj wystarczy operować na jednym z układów.

## 4. Teleportacja

Mechanika kwantowa nie zezwala na dokonanie kopii nieznanego stanu – jest to treścią twierdzenie o nie-klonowaniu (ang. *no-cloning theorem*). Możliwe jest jednak przesyłanie na odległość dokładnej kopii nieznanego stanu kwantowego [1], o ile dysponujemy kanałem kwantowym czyli operującym na obiektach opisanych mechaniką kwantową.

Założmy, że Ania i Bartek mają do dyspozycji stan splątany  $|\phi_+\rangle$ . Aby przesłać dokładną kopię stanu  $|x\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$  Ania musi wykonać następujące kroki:

1. Utworzyć układ w stanie  $|x\rangle|\phi_+\rangle$ .
2. Dokonać pomiaru stany podukładu dwóch pierwszych qubitów w bazie  $\{|\phi_\pm\rangle, |\psi_\pm\rangle\}$ .
3. Przesłać do Bartka kanałem klasycznym dwa bity opisujące jej pomiar poprzez numer wektora bazowego.



Z kolei Bartek, aby odtworzyć stan  $|x\rangle$ , wykonuje następującą operację na swoim podukładzie, w zależności od otrzymanej wiadomości klasycznej:

1.  $|\phi_+\rangle \rightarrow \mathbb{I}$ ,
2.  $|\psi_+\rangle \rightarrow \sigma_x$ ,
3.  $|\psi_-\rangle \rightarrow \sigma_y$ ,
4.  $|\phi_-\rangle \rightarrow \sigma_z$ .

Przykładowo, jeżeli Ania wybierze pomiar na stan  $|\phi^+\rangle$ , musi wykonać następujący ciąg operacji:

$$\begin{aligned} (|\phi^+\rangle\langle\phi^+| \otimes \mathbb{I})|x\rangle|\phi^+\rangle &= \frac{1}{2}(|00\rangle\langle 00| \otimes \mathbb{I} + |00\rangle\langle 11| \otimes \mathbb{I} \\ &\quad + |11\rangle\langle 00| \otimes \mathbb{I} + |11\rangle\langle 11| \otimes \mathbb{I})|x\rangle|\phi^+\rangle \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2}}(|00\rangle\langle 00| \otimes \mathbb{I}|x\rangle|00\rangle + |00\rangle\langle 11| \otimes \mathbb{I}|x\rangle|11\rangle \\ &\quad + |11\rangle\langle 00| \otimes \mathbb{I}|x\rangle|00\rangle + |11\rangle\langle 11| \otimes \mathbb{I}|x\rangle|11\rangle) \end{aligned}$$

W ten sposób Bartek otrzymuje stan

$$\frac{1}{2\sqrt{2}}(\beta|001\rangle + \alpha|000\rangle + \alpha|000\rangle + \beta|111\rangle) = \frac{|00\rangle|x\rangle + |11\rangle|x\rangle}{2\sqrt{2}}$$

czyli stan zostanie przeniesiony do rejestru Bartka. Przykład obwodu kwantowego realizującego procedurę teleportacji można znaleźć w [5].

Teleportacja i gęste kodowanie są wzajemnie dopełniającymi się procedurami. W pierwszym przypadku korzystamy ze splątania do przenoszenia stanów przy wykorzystaniu informacji klasycznej, natomiast w drugim wykorzystujemy splątanie do przesyłania informacji klasycznej.

## 5. Przeprowadzone eksperymenty

Przeprowadzone dotychczas eksperymentalne próby teleportacji dotyczyły głównie fotonów

1. Pierwsza realizacja protokołu gęstego kodowania miała miejsce w 1996
2. W roku 1997 grupa naukowców z Instytutu Fizyki Doświadczalnej uniwersytetu w Innsbrucku dokonała teleportacji stanu fotonu [3]. Doświadczenie powtórzono w Rzymie [2]
3. Przeprowadzono udane próby stworzenia stanów splątanych atomów. Możliwe jest także tworzenie splątanych par foton-atom.

## 6. Możliwości wykorzystania

Możliwości wykorzystania teleportacji:

- Za pomocą teleportacji możliwe jest przenoszenie stanu z układu podlegającego szybkiej dekoherencji na układ trwały.
- Gęste kodowanie pozwala na przesłanie informacji całkowicie poufnej, gdyż przesyłany qubit nie niesie informacji. Możliwe jest jedynie zakłócanie połączenia.
- Zastosowaniem teleportacji jest wykorzystywanie do kwantowej korekcji błędów występującej podczas obliczeń.
- Przesyłanie informacji w sieciach opartych o nanotechnologie może być wspierane efektami kwantowymi.

- [1] Charles H. Bennett, Gilles Brassard, Claude Crépeau, Richard Jozsa, Asher Peres, William K. Wootters. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and einstein-podolsky-rosen channels. *Phys. Rev. Lett.*, 70:1895–1899, 1993.
- [2] D. Boschi, S. Branca, F. De Martini, L. Hardy, , S. Popescu. Experimental realization of teleporting an unknown pure quantum state via dual classical and einstein-podolsky-rosen channels. *Phys. Rev. Lett.*, 80:1121–1125, 1998.
- [3] D. Bouwmeester, J.-W. Pan, K. Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter, A. Zeilinger. Experimental quantum teleportation. *Nature*, (390), 1997.
- [4] Dirc Bouwmeester, Arthur Ekert, Anton Zeilinger, redaktorzy. *The Physics of Quantum Computation*. Springer, 2001.
- [5] Paul Dumais, Hugo Touchette. QuCalc – Quantum Calculator, 2000. Witryna internetowa <http://crypto.cs.mcgill.ca/QuCalc/>.