

Podstawy obliczeń kwantowych (materiały do ćwiczeń)

Jarosław Miszczak

<https://www.iitis.pl/~miszczak/natcomp/>

12/05/2016 (v. 0.02)

Zadanie 1: Ile jest operacji odwracalnych dla jednego bitu? Ile jest operacji nieodwracalnych? Ile jest operacji odwracalnych i nieodwracalnych dla qubitów?

Zadanie 2: Zapisz operacje na tritach za pomocą macierzy. Ile jest operacji odwracalnych dla układu tritowego (czyli trójstanowego)?

Zadanie 3: Jak wyglądają operacje odwracalne na układzie d -stanowym. Ile jest takich operacji?

Zadanie 4: Klasyczna bramka negacji może być zapisana jako macierz $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. W informatyce kwantowej zapisywana jest ona jako σ_x . Jak wygląda $\sqrt{\sigma_x}$?

Zadanie 5: Bramka Hadamarda jest określona jako $H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$. Wykonaj działania:

- a) $H \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$,
- b) $H \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}$,
- c) $(H \otimes H)|10\rangle$,
- d) $(H \otimes \mathbb{I})|01\rangle$,
- e) $(\mathbb{I} \otimes H)(\sigma_x \otimes \mathbb{I})|01\rangle$

Zadanie 6: Bramka Toffoliego to bramka na trzech bitach, która neguje trzeci bit jeżeli dwa pierwsze bity wejścia są równe 1. Zapisz tę bramkę najpierw w postaci tabeli logicznej, a potem jako macierz.

Zadanie 7: Zapisz w postaci tabeli logicznej oraz jako macierz bramkę Fredkina czyli trójbitową bramkę kontrolowanej zamiany bitów.

Zadanie 8: Wykonaj działania:

- a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$, b) $\begin{pmatrix} -4 & 5 \\ -6 & 7 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$, c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$,
- d) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, e) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Zadanie 9: Zapisz w notacji Diraca wektory:

- a) $\begin{pmatrix} -1 \\ i \end{pmatrix}$, b) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, c) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, d) $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Zadanie 10: Sprawdź czy następujące macierze są unitarne:

a) $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$,
 b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

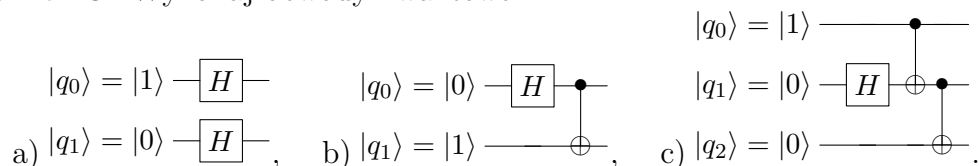
Zadanie 11: Zapisz za pomocą macierzy następujące operacje:


a) $|0\rangle\langle 0| \otimes \sigma_x + |1\rangle\langle 1| \otimes \mathbb{I}$ przy założeniu że pierwszy rejestr jest dwustanowy,
 b) $|0\rangle\langle 0| \otimes \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + (\mathbb{I} - |0\rangle\langle 0|) \otimes \mathbb{I}$ przy założeniu że pierwszy rejestr jest trójstanowy.


Zadanie 12: Zapisz za pomocą notacji Diraca macierze:


a) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$,
 b) $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.


Zadanie 13: Wykonaj obwody kwantowe:




Zadanie 14:  Czy komputer kwantowy może obliczać funkcje nieobliczalne dla uniwersalnej maszyny Turinga?

Zadanie 15:  Czy komputer kwantowy może wykonywać efektywnie algorytmy które nie mogą być wykonane efektywnie na maszynie Turinga?

Zadanie 16:  Napisz program pozwalający na zapis i wykonanie bramek kwantowych (czyli macierzy unitarnych) na układach d -wymiarowych. Uwzględnij możliwość operowania na układach złożonych.

Zadanie 17:  Zapoznaj się z możliwościami języka programowania QCL (<http://tph.tuwien.ac.at/~oemer/qcl.html>).

Zadanie 18:  Zapoznaj się z możliwościami środowiska programowania kwantowego QuIDE (<http://www.quide.eu/>).